$$\begin{cases} f'(3)=0 \\ f'(4)=-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+\frac{1}{3+c}=0 \\ a+\frac{1}{4+c}=-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ c=-2 \end{cases}$$

D'où

$f(x)=-x+b+Ln(x-2)$

$f(3)=1 \Rightarrow -3+b=1$

$\Rightarrow \boxed{b=4}$

D'où

$f(x)=-x+4+Ln(x-2)$

4) $X=x-2$

$* \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(-X+2+LnX)$

$$=\lim_{x\to+\infty} X.\left[\underbrace{-1+\frac{2}{X}+\frac{LnX}{X}}_{0}\right]=-\infty$$

$$* \lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to+\infty}\left(-1+\frac{4}{x}+\frac{Ln(x-2)}{x}\right)=-1$$

$* \lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x)=+\infty$

(Cf) admet une B.I de direction asymptotique celle de : $\Delta: y=-x$

5)

a) $\Delta: y=-x+4$

b) $f(x)-(-x+4)=Ln(x-2)$

$Ln(x-2)=0 \Leftrightarrow x=3$

x	2	3	$+\infty$
$f(x)-(-x+4)$	-	0	+
P.R	$\frac{\Delta}{(C)}$	(3,1)	$\frac{(C)}{\Delta}$

6) $g(x)=f(x)$ *pour* $x\in]2,3]$

a) g est continue et strictement croissante sur $]2,3] \Rightarrow g$ est bijective de $]2,3]$ sur $J=g(]2,3])=]-\infty,1]$

b) $(Cg-1)=S_{\delta}(Cg)$

avec $\delta: y=x$

c) $(Cg-1)$ admet une demi tangente verticale au point d'abscisse 1 d'où g-1 n'est pas dérivable à gauche en 1.

EX 20 :

A/

$$f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{Lnx}$$

$D_f=]0,+\infty[\setminus\{1\}$

1)

$$* \lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}\underbrace{\frac{1}{x}}_{+\infty}+\underbrace{\frac{1}{Lnx}}_{0}=+\infty$$

$$* \lim_{x\to1^-} f(x)=\lim_{x\to1^-}\underbrace{\frac{1}{x}}_{1}+\underbrace{\frac{1}{Lnx}}_{-\infty}=-\infty$$

$* \lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$

$$* \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\underbrace{\frac{1}{x}}_{0}+\underbrace{\frac{1}{Lnx}}_{0}=0$$

Les droites d'équation $x=0$; $x=1$; *et* $y=0$ sont des asymptotes à (Cf)

2)

a) les fonctions $x\mapsto x$ *et* $x\mapsto Lnx$ sont dérivables et ne s'annule pas sur $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ d'où f est dérivable.

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{-\frac{1}{x}}{(Lnx)^2}$$

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x(Lnx)^2}$$

b) $f'(x)<0 ; \forall x\in]0,+\infty[\setminus\{1\}$

x	0		1		$+\infty$
f'(x)	‖	-	‖	-	
f(x)	‖ $+\infty$	↘ $-\infty$	‖ $+\infty$	↘ 0	

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn